

O Paradoxo da Verdade

Mariana Ferreira (ICJ)
Petrucio Viana (orientador)

Departamento de Análise
Instituto de Matemática, UFF
Outubro de 2014

O paradoxo da mentira



Sumário

Nossa conversa tratará dos seguinte itens:

- História do Problema.
- Contornando o possível.
- Simbolização.
- O paradoxo.
- Conclusões.

Vou mostrar para vocês como eu entrei no mundo da Lógica através do exame de um paradoxo.

Na aula de Filosofia

O professor *Sérgio, de Filosofia*, apresentou para a turma o exercício a seguir.

Conversar com um professor de Matemática sobre a seguinte questão:

*Afirmo: não é possível ao homem alcançar a verdade das coisas.
Estou caindo em contradição?
Justifique.*



Email para Petrucio

Resolvi a questão do seguinte modo:

Achei que a afirmação é uma contradição...

Se não é possível ao homem alcançar a verdade das coisas,
como ele poderia saber disso?

E se, por outro lado, é possível, como ele está afirmando que
não é?

Seminário do Grupo de Lógica



Recebi a informação que o *Grupo de Lógica da UFF* ia apresentar um seminário sobre a afirmação e o paradoxo que eu encontrei.

Seminário do Grupo de Lógica

Me interessei pelo assunto e fui até lá para participar.

No seminário, reescrevemos a afirmação em Linguagem Lógica e, a partir daí, encontramos uma maneira formal de obter o paradoxo.

No final, analisamos as suposições que estão implícitas no raciocínio que leva ao paradoxo.

Possível



Contornando o possível

Vamos considerar que frases do tipo

é possível a x alcançar y

se referem a *objetos abstratos* x e y
(por exemplo, *homem* e *verdade*).

Decidimos considerar, ao invés dos objetos abstratos, as
coletividades X e Y correspondentes
(por exemplo, o *conjunto de todos os homens* e o *conjunto de
todas as verdades*).

Contornando o possível

Para representarmos a possibilidade de uma maneira simples, dadas as coletividades X e Y , vamos considerar que frases do tipo

é possível a X alcançar Y

afirmam que

algum elemento x de X está relacionado com algum elemento y de Y pela relação “ x alcança y ”.

Contornando o possível

Assim, a frase

é possível ao homem alcançar a verdade

ou seja

é possível h alcançar v

será tratada como a frase

existe x de H e existe y de V , tais que x alcança y

onde H é o conjunto de todos os homens e V é o conjunto de todas as verdades.

Vocabulário lógico

não : \neg

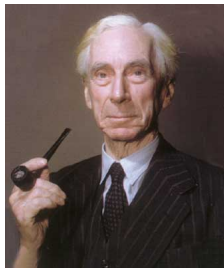
e : \wedge

ou : \vee

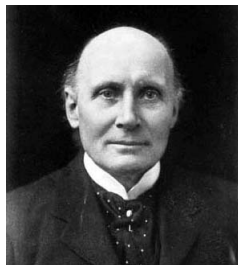
se...então : \rightarrow

para todo : \forall

existe : \exists



(a) B. Russell



(b) A.N. Whitehead

Vocabulário específico

t_1 afirma t_2 : $t_1 \vdash t_2$

t é homem : tH

t_1 alcança t_2 : $t_1 A t_2$

t é verdade : tV

t_1 é de t_2 : $t_1 D t_2$

t é coisa : tC

Onde t , t_1 e t_2 são termos quaisquer.

Frase 1

é possível ao homem alcançar a verdade das coisas

$$\exists x\{xH \wedge \exists y[yC \wedge \exists z(zV \wedge zDy \wedge xAz)]\}$$

Frase 2

não é possível ao homem alcançar a verdade das coisas

$$\neg \exists x \{xH \wedge \exists y [yC \wedge \exists z (zV \wedge zDy \wedge xAz)]\}$$

Frase final

não é possível ao homem alcançar a verdade das coisas

após aplicações
de várias
equivalências lógicas,
se torna

$$\neg\varphi \quad : \quad \forall x\{xH \rightarrow \forall y[yC \rightarrow \forall z(zV \wedge zDy \rightarrow \neg xAz)]\}$$

O paradoxo da verdade

$$\text{eu} \vdash \neg\varphi$$

Mas temos dois casos:

$$\varphi \vee \neg\varphi$$

Vamos examinar cada um deles...

O paradoxo da verdade

Caso 1: Suponhamos φ .

Como eu $\vdash \neg\varphi$, temos

$$\neg\varphi \vee \varphi$$

Daí, temos $\varphi \wedge \neg\varphi$, contradição.

O paradoxo da verdade

Caso 1: Suponhamos φ .

Como eu $\vdash \neg\varphi$, temos

$$\neg\varphi \vee \varphi$$

Daí, temos $\varphi \wedge \neg\varphi$, contradição.

O paradoxo da verdade

Caso 2: Suponhamos $\neg\varphi$:

$$\forall x\{xH \rightarrow \forall y[yC \rightarrow \forall z(zV \wedge zDy \rightarrow \neg xAz)]\}$$

Como **vale para todos**, vale para **eu** e, daí, temos:

$$euH \rightarrow \forall y[yC \rightarrow \forall z(zV \wedge zDy \rightarrow \neg euAz)]$$

Como euH , temos:

$$\forall y[yC \rightarrow \forall z(zV \wedge zDy \rightarrow \neg euAz)]$$

O paradoxo da verdade

Caso 2: Suponhamos $\neg\varphi$:

$$\forall x\{xH \rightarrow \forall y[yC \rightarrow \forall z(zV \wedge zDy \rightarrow \neg xAz)]\}$$

Como **vale para todos**, vale para **eu** e, daí, temos:

$$euH \rightarrow \forall y[yC \rightarrow \forall z(zV \wedge zDy \rightarrow \neg euAz)]$$

Como **euH**, temos:

$$\forall y[yC \rightarrow \forall z(zV \wedge zDy \rightarrow \neg euAz)]$$

O paradoxo da verdade

Como **vale para todos**, vale para $\neg\varphi$ e, daí, temos:

$$\neg\varphi C \rightarrow \forall z(zV \wedge zD\neg\varphi \rightarrow \neg euAz)$$

Como $\neg\varphi C$, temos:

$$\forall z(zV \wedge zD\neg\varphi \rightarrow \neg euAz)$$

Como **vale para todos**, vale para $\neg\varphi$ e, daí, temos:

$$\neg\varphi V \wedge \neg\varphi D\neg\varphi \rightarrow \neg euA\neg\varphi$$

O paradoxo da verdade

Como vale para todos, vale para $\neg\varphi$ e, daí, temos:

$$\neg\varphi C \rightarrow \forall z(zV \wedge zD\neg\varphi \rightarrow \neg euAz)$$

Como $\neg\varphi C$, temos:

$$\forall z(zV \wedge zD\neg\varphi \rightarrow \neg euAz)$$

Como vale para todos, vale para $\neg\varphi$ e, daí, temos:

$$\neg\varphi V \wedge \neg\varphi D\neg\varphi \rightarrow \neg euA\neg\varphi$$

O paradoxo da verdade

Como supomos $\neg\varphi$, temos:

$$\neg\varphi V$$

E, para termos o paradoxo, necessitamos de $\neg\varphi D\neg\varphi\dots$

Pois, daí, temos $\neg\varphi V \wedge \neg\varphi D\neg\varphi$

e assim,

$$\neg euA\neg\varphi$$

contradizendo a hipótese inicial, ou seja, $euA\neg\varphi$, dado que quando eu afirmo um enunciado, eu o alcanço.

O paradoxo da verdade

Como supomos $\neg\varphi$, temos:

$$\neg\varphi V$$

E, para termos o paradoxo, **necessitamos de $\neg\varphi D\neg\varphi$** ...

Pois, daí, temos $\neg\varphi V \wedge \neg\varphi D\neg\varphi$

e assim,

$$\neg eu A\neg\varphi$$

contradizendo a hipótese inicial, ou seja, $eu A\neg\varphi$, dado que quando eu afirmo um enunciado, eu o alcanço.

O paradoxo da verdade

Como supomos $\neg\varphi$, temos:

$$\neg\varphi V$$

E, para termos o paradoxo, **necessitamos de $\neg\varphi D\neg\varphi$** ...

Pois, daí, temos $\neg\varphi V \wedge \neg\varphi D\neg\varphi$

e assim,

$$\neg euA\neg\varphi$$

contradizendo a hipótese inicial, ou seja, **$euA\neg\varphi$** , dado que **quando eu afirmo um enunciado, eu o alcanço**.

Suposições implícitas

Dado:	temos:
$eu \vdash \neg\varphi$	$\neg\varphi V$
—	$eu H$
—	$\neg\varphi C$
—	$\neg\varphi D \neg\varphi$
$eu \vdash \neg\varphi$	$eu A \neg\varphi$

Conclusões

Com pensamento e bom-senso podemos formular paradoxos...

A análise lógica de um paradoxo formulado explicita as suposições implícitas que o garantem.

Com este trabalho, aprendi a analisar raciocínios formulados intuitivamente de modo a evitar dificuldades envolvidas, simbolizá-los e analisá-los usando técnicas da Lógica Matemática.

Pretendemos agora, estudar mais e aplicar estas técnicas em outras situações.

Chegamos ao fim...

Há muito mais sobre paradoxos e lógica do que podemos abordar em uma única apresentação...

Esperamos ver vocês numa próxima oportunidade...

